



PAC Nº5. PRINCIPIOS XERAIS DAS MÁQUINAS

NOME: \_\_\_\_\_

APELIDOS: \_\_\_\_\_

1-2. Calcula o traballo desenvolvido por unha polea que eleva unha masa de 50 kg desde unha altura de 5 m até unha altura de 12 m. Utiliza para iso a definición de traballo e supón que non existen perdas por rozamento.

- a) Que traballo desenvolve o campo gravitatorio?.
- b) Analiza o exercicio considerando o xiro da polea creado por un momento motriz que debe vencer o momento resistente debido á masa. O diámetro da polea é 1.5 m.
- c) Si para elevar a masa do exercicio aplicouse unha forza motriz superior á resistente e as velocidades inicial e final son 5 m/s e 7.5 m/s, respectivamente, calcula de novo o traballo realizado.
- d) Que potencia será preciso desenvolver para elevar en 5 segundos e a velocidade constante a masa?.
- e) Que potencia será preciso desenvolver para elevar en 5 segundos e a velocidade constante a masa?.
- f) Que potencia será preciso desenvolver para elevar cunha velocidade constante de 1.4 m/s a masa
- g) Que potencia será preciso desenvolver para elevar a masa de forma que a polea vire constantemente a 17.82 rpm?.

#### APARTADO A

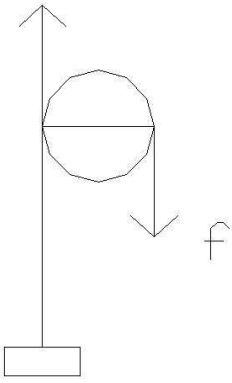
O traballo é a diferenza de enerxía potencial entre o punto 2 e o punto 1

$$W = \Delta E_p$$

$$W = E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = 50 \cdot 9.8 \cdot 12 - 50 \cdot 9.8 \cdot 5 = 3430 J$$

#### APARTADO B

Polo que se deduce do enunciado do problema, trátase dunha polea sinxela, polo que a forza a realizar é a mesma que a forza debido á masa do obxecto a levantar. O diámetro da polea non inflúe na forza a realizar.



En todo caso o momento é o produto da forza pola distancia ó eixo, é dicir, o radio.

$$M = f * d = 50 * 9.8 * 0.75 = 367.5 N * m$$

#### APARTADO C

En primeiro lugar, calculamos a aceleración:

$$V_f = V_o + a * t \Rightarrow 7.5 = 5 + a * t \Rightarrow a = 2.5t$$

$$e = V_o * t + \frac{1}{2} a * t^2 \Rightarrow (12 - 5) = 5 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \Rightarrow 7 = 5 * t + \frac{1}{2} * \frac{2.5}{t} * t^2$$

$$\Rightarrow 7 = 6.25 * t \Rightarrow t = \frac{7}{6.25} = 1.125s$$

$$a = \frac{2.5}{1.12} = 2.23 \frac{m}{s^2}$$

Calculamos a forza necesaria para alcanzar dita aceleración:

$$F = m * a = 50 * 2.23 = 111.61N$$

E en función diso, calculamos o traballo realizado para alcanzala:

$$W_{\text{acel}} = F * d = 111.61 * 7 = 781.27J$$

Que sumado ó traballo necesario para subir a carga (apartado a):

$$W_{\text{total}} = W_{\text{subir}} + W_{\text{acel}} = 3430 + 781.27 = 4211.25J$$

#### APARTADO D

Se sube a velocidade constante a aceleración vale 0. Polo tanto a forza necesaria para subila será a proporcionada pola primeira lei de Newton.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F * d}{t} = \frac{m * g * d}{t} = \frac{50 * 9.8 * 7}{5} = 684w$$

#### APARTADO F

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F * d}{t} = F * v = 50 * 9.8 * 1.4 = 684w$$

#### APARTADO G

Se a polea xira a unha velocidade de 17.82 rpm, significa que nun minuto recolle os seguintes metros de corda (multiplicamos polo desenvolvemento dunha volta)

$$17.82 * 2 * \pi * 0.75 = 83.97m$$

Polo que a carga sube a unha velocidade:

$$83.97 \frac{m}{min} * \frac{1min}{60s} = 1.40 \frac{m}{s}$$

Volvemos a aplicar a fórmula do apartado F:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F * d}{t} = F * v = 50 * 9.8 * 1.4 = 684w$$

2. Considera un resorte, de constante recuperadora igual a 4 N/m, que actúa sobre unha masa situada nun plano horizontal sen rozamento e trasládaa desde a posición 7 m até 12 m, distancias medidas desde a posición de equilibrio do resorte. Calcula o traballo que realiza o mesmo.

Aplicamos a fórmula da enerxía potencial elástica dun resorte:

$$W_t = \frac{1}{2} k * \Delta x^2 = \frac{1}{2} * 4 * (12 - 7)^2 = 190J$$

3. Mediante un torno accionado por un motor quérese elevar unha tonelada de ladrillos até a parte superior dunha vivenda en construción, a 40 m de altura. A velocidade constante de subida alcánzase aos 2 s da posta en marcha e é 0.2 m/s. A masa do torno é 100 kg e o seu radio 25 cm.

a) Que traballo útil debe realizar o motor si as perdas por rozamento no axuste entre motor e torno son de 10 W?.

b) Que potencia debe desenvolver o motor?.

En primeiro lugar calculamos a enerxía potencial que gaña a carga ó elevala a 40 metros de altura:

$$E_p = m * g * h = 1000 * 9.8 * 40 = 392000J$$

Calculamos agora a enerxía cinética que gaña ao ter unha velocidade de 0.2 m/s

$$E_c = \frac{1}{2} * m * v^2 = \frac{1}{2} * 1000 * 0.2^2 = 20J$$

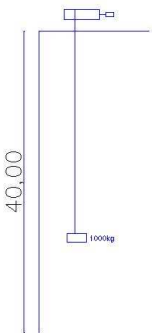
Comprobamos o Julios que gaña o torno ao xirar sobre si mesmo:

Primeiro calculamos a inercia:

$$I = \frac{1}{2} * m * r^2 = \frac{1}{2} * 100 * 0.25 = 12.5kg * m^2$$

Seguidamente calculamos a velocidade angular:

$$v = w * r \Rightarrow w = \frac{v}{r} = \frac{0.2}{0.25} = \frac{0.8rad}{s}$$



Polo que a enerxía cinética de rotación queda do seguinte xeito:

$$E_{\text{crot}} = \frac{1}{2} * I * \omega^2 = \frac{1}{2} * 12.5 * 0.8^2 = 4\text{J}$$

Sumando tódalas enerxías, teremos o traballo realizado:

$$W = E_p + E_c + E_{\text{crot}} = 392000 + 20 + 4 = 392024\text{J}$$

#### APARTADO A

Calculamos o traballo necesario para vencer a resistencia de 10W

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P * t = 10 * t$$

Pero debemos calcular o tempo que está xirando o torno:

$$V_f = V_o + a * t \Rightarrow 0.2 = 0 + a * 2 \Rightarrow a = \frac{0.2}{2} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Polo que o espazo percorrido para alcanzar os 0.2 m/s

$$e = V_o * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \Rightarrow e = \frac{1}{2} * 0.1 * 2^2 = 0.2\text{m}$$

A diferenza de 40-0.2=39.8m será a velocidade constante:

$$e = v * t \Rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{39.8}{0.2} = 199\text{s}$$

Polo que o tempo que ten que rotar o torno é de 199+2=201s. Agora xa podemos calcular o traballo para vencer a potencia de 10W

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P * t = 10 * 201 = 2010\text{J}$$

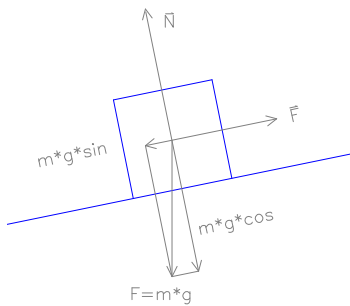
Polo o traballo realizado polo motor do torno sería a suma dos seguintes termos:

$$\begin{aligned} W &= E_p + E_c + E_{\text{crot}} + W_{\text{resistencia}} \\ &= 392000 + 20 + 4 + 2010 = 394034\text{J} \end{aligned}$$

#### APARTADO B

$$P = \frac{W}{t} = \frac{394034}{201} = 1960.37\text{w}$$

4. O motor dun camión desenvolve unha potencia de 300 CV a 3000 rpm. A masa do vehículo e da carga é de 10000 kg. O catro rodas motrices teñen un diámetro de 80 cm. O rendemento do conxunto da transmisión é de 95%. Cando o vehículo ascende por unha pendente do 10%, calcula:
- a) a velocidade máxima de ascensión en km/h.
  - b) Par motor aplicado a cada unha das rodas motrices.
  - c) Relación de transmisión da caixa de cambios para obter a tracción necesaria.
- Desprécense as resistencias debidas ao aire e á rozadura



En primeiro lugar calculamos o ángulo que forma un plano inclinado co 10% de pendente. Un 10% significa que en 100 metros sube 10.

$$\tan(\alpha) = \frac{10}{100} = 0.1 \Rightarrow \alpha = 5.71$$

A forza que debe de executar o motor do camión é a seguinte:

$$F = m * g * \sin(\alpha) = 10000 * 9.8 * 0.099 = 9702\text{N}$$

A partir do rendemento, calculamos a potencia útil do camión:

$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{abs}}} \Rightarrow P_{\text{util}} = \eta * P_{\text{abs}} = 0.95 * 300 = 285\text{cv}$$

Pasando os cabalos a vatios:

$$285\text{cv} * \frac{735\text{w}}{\text{cv}} = 209475\text{w}$$

#### APARTADO A

Agora xa podemos calcular a velocidade de ascensión do camión, coñecendo a potencia útil:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F * d}{t} = F * v \Rightarrow v = \frac{P}{F} = \frac{209475\text{w}}{9702\text{N}} = 21.59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pasando a km/h

$$21.59 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{1\text{km}}{1000\text{m}} * \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} = 77.72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

#### APARTADO B

O momento ou par é o produto da forza pola distancia ó eixo, é dicir, 0,4 metros. Como o camión ten tracción ás catro rodas, debemos de dividir a forza total entre as 4 rodas:

$$M = F * d \Rightarrow M = \frac{9702}{4} * 0.4 = 972\text{N} * \text{m}$$

#### APARTADO C

Calculamos a velocidade angular das rodas, coñecendo a velocidade lineal e o radio:

$$v = w * r \Rightarrow w = \frac{v}{r} = \frac{21.59}{0.4} = \frac{53.97 \text{ rad}}{\text{s}}$$

Pasamos a rpm:

$$53.97 \frac{\text{rad}}{\text{s}} * \frac{1 \text{ volta}}{2 * \pi \text{ rad}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 513.5 \text{ rpm}$$

A relación de transmisión queda:

$$i = \frac{513.5}{3000} = 0.17$$

5. Un motor de automóbil cuxa potencia é de 70 CV consome 16 litros de gasolina por hora. O poder calorífico da gasolina é de 9900 kcal/kg e a súa densidade é 0.75 kg/l. Calcula o rendemento do motor.

$$Q = m * P_c = v * \gamma * P_c = 16 \text{ l} * 0.75 \frac{\text{kg}}{\text{l}} * 9900 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 118800 \text{ kcal} * 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kcal}} = 496584 \text{ KJ}$$

Polo que a potencia absorbida quedaría do seguinte modo:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{496584000 \text{ j}}{3600 \text{ s}} = 137940 \text{ w}$$

Sabendo que a potencia útil é de 70 cv, é dicir 51450 vatios, podemos calcular o rendemento:

$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{abs}}} = \frac{51450 \text{ w}}{137940 \text{ w}} = 0.373 * 100 = 37.3\%$$

6. O sistema de apertura-peche da porta dun garaxe acciónase cun motor de corrente continua de 220 V e unha engrenaxe reductor de relación 50:1 ao que vai axustado unha cadea. O diámetro da engrenaxe da cadea é de 0,12 m. A porta ten unha masa de 50 kg e é elevada cunha velocidade de 0,2 m·s<sup>-1</sup>. O motor absorbe 20 A. As perdas na engrenaxe son do 5% e 50 W no resto do sistema. Calcular:

a) velocidade de xiro do motor.

c) Potencia útil do motor. Rendemento en porcentaxe.

(UAM, Xuño 1999, opción B)

#### APARTADO A

Calculamos a velocidade do engranaxe da cadea, antes do sistema reductor:

$$v = w * r \Rightarrow w = \frac{v}{r} = \frac{0.2}{0.06} = 3.33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Sendo o número de rpm:

$$3.33 \frac{\text{rad}}{\text{s}} * \frac{1 \text{ volta}}{2 * \pi \text{ rad}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 31.83 \text{ rpm}$$

Como o sistema reductor, proporciona unha relación 50:1, significa que a velocidade do motor é 50 veces a velocidade da polea

$$v_{\text{motor}} = 50 * 31.83 = 1591.55 \text{rpm}$$

## APARTADO B

Calculamos a potencia absorbida:

$$P = V * I = 220 * 20 = 4400 \text{w}$$

E agora a potencia útil, que é a potencia absorbida menos o 5% no engrenaxe e 50W no resto do sistema:

Engrenaxe 5% de 4400W=220W

Sistema 50W

Total perdas: 270W

Polo que a potencia útil serán os 4400w-270w=4130W

Así o rendemento queda do seguinte xeito:

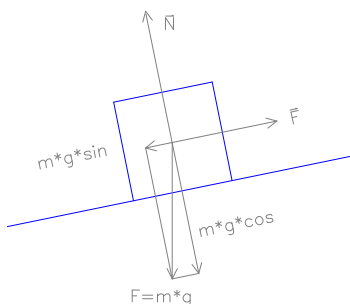
$$\eta = \frac{P_{\text{util}}}{P_{\text{abs}}} = \frac{4130 \text{w}}{4400 \text{w}} * 100 = 93\%$$

7. O cable remolcador dun telesilla ten unha pendente de 35°. O cable que arrastra as cadeiras desprázase a unha velocidade de 8 km/h, transportando simultaneamente 70 esquiadores cuxo peso medio é de 80 kg. Pídese calcular:

a) traballo en kJ desenvolvido durante unha hora.

c) Potencia en CV requirida para o motor que acciona o cable. Supóñanse desprezables as perdas. ( 1 CV = 0,736 kW ).

(UAM, Setembro 1999, opción B)



En primeiro lugar pasamos as unidades ó SI

$$8 \frac{\text{km}}{\text{h}} * \frac{1000 \text{m}}{1 \text{km}} * \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} = 2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Seguidamente calculamos a forza que exerce o cable do teleférico:

$$F = m * g * \text{sen}(\alpha) = 5600 * 9.8 * \text{sen}(35) = 31477.8 \text{N}$$

Calculamos o traballo:

$$W = F * v * t = 31477.8 * 2.2 * 3600 = 249304176 \text{J}$$

Sendo 249304.176 KJ

## APARTADO B

$$P = \frac{W}{t} = \frac{249304176}{3600} = 69251.16 \text{w}$$

Tomando 736w por cada CV

$$P = \frac{69251.16w}{736w} = 94cv$$

8. Un ascensor cuxa masa é de 800 kg sobe desde o nivel de rúa até un piso situado a 30 m de altura.

Supondo desprezables as perdas, pídese calcular:

a) variación da enerxía potencial do ascensor.

b) Traballo que debe realizar o motor do ascensor.

d) Potencia necesaria do motor do ascensor si debe realizar o percorrido en 25 s.

(Madrid, Xuño 1997, opción A)

APARTADO A

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = 800 * 9.8 * (30 - 0) = 235200J$$

APARTADO B

$$W = \Delta E_p = 235200J$$

APARTADO C

$$P = \frac{W}{t} = \frac{235200}{25} = 9408W$$

9. Un motor eléctrico con rendemento do 85% ten que accionar un montacargas, cuxo peso en baleiro é de 437 kg e que pode cargarse con 1537 kg máis. O montacargas elévase 24,6 metros de altura, tardando niso 35 segundos. Si o arranque, tempo que tarda en adquirir a velocidade de ascensión, duran 2,1 segundos.

Cal ha de ser a potencia do motor (en CV) no período de arranque?

(Castela e León, Setembro 1999, opción B)

Unha vez que alcanza a velocidade pasa a ser un movemento rectilíneo uniforme. Se chamamos h1 ó espazo no cal o movemento é rectilíneo uniformemente acelerado, podemos indicar que no segundo tramo (mru), cúmprese a seguinte ecuación:

$$e = v * t \Rightarrow v = \frac{e}{t} = \frac{24.6 - h1}{35 - 2.1}$$

Aplicamos agora as fórmulas do movemento rectilíneo uniformemente acelerado, para o primeiro tramo:

$$V_f = V_o + a * t \Rightarrow \frac{24.6 - h1}{35 - 2.1} = a * 2.1 \Rightarrow a = \frac{\frac{24.6 - h1}{35 - 2.1}}{2.1} = \frac{24.6 - h1}{69.09}$$

$$h1 = V_o * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \Rightarrow h1 = \frac{1}{2} * \frac{24.6 - h1}{69.09} * 2.1^2$$

Despexando h1



$$h_1 = 0.76082$$

Quedando a velocidade:

$$v = \frac{24.6 - h_1}{32.9} = \frac{24.6 - 0.76082}{32.9} = 0.7246 \frac{m}{s}$$

Agora, xa podemos calcular a enerxía cinética e potencial, no periodo de arranque, é dicir, unha vez que alcanzou a velocidade constante.

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = 1974 * 9.8 * (0.7682 - 0) = 14861J$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} * m * v^2 = \frac{1}{2} * 1974 * 0.7246^2 = 518.22J$$

$$W = \Delta E_p + \Delta E_c = 14861 + 518.22 = 15379.2J$$

Quedando a potencia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{15379.2}{2.1} = 7323.43w$$

Pasando a CV

$$P = \frac{7323.43}{735} = 9.96CV$$